

ECOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

ANNEE 1996

CONCOURS DE RECRUTEMENT D'ELEVES
PILOTES DE LIGNE

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Durée : 3 Heures
Coefficient : 4

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

A LIRE TRES ATTENTIVEMENT

INSTRUCTIONS POUR REMPLIR LA FEUILLE REPONSE

- 1) Inscrivez le concours et l'épreuve en noircissant les cases utiles.
- 2) Inscrivez votre numéro d'inscription et votre numéro de clé suivant le modèle ci-dessous.

Ecole Nationale de l'Aviation Civile

Noircir les marqueurs au crayon HB, comme suit :

Aucun gommage n'est toléré sur la feuille-reponse.

marque correcte	marques incorrectes

IENAC ☐
 ICNA ☐
 IESSA ☐
 TEEAC ☐
 EPL ☒
 AUTRE ☐

Número d'inscription	CLE		Exemple :																																																																		
<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100px; text-align: center;"> <tr><td>0</td><td>9</td><td>6</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td></tr> <tr><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td></tr> <tr><td>4</td><td>4</td><td>4</td><td>4</td></tr> <tr><td>5</td><td>5</td><td>5</td><td>5</td></tr> <tr><td>6</td><td>6</td><td>6</td><td>6</td></tr> <tr><td>7</td><td>7</td><td>7</td><td>7</td></tr> <tr><td>8</td><td>8</td><td>8</td><td>8</td></tr> <tr><td>9</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr> </table>	0	9	6	1	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	6	6	6	6	7	7	7	7	8	8	8	8	9	9	9	9	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100px; text-align: center;"> <tr><td>8</td><td>5</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>2</td></tr> <tr><td>3</td><td>3</td></tr> <tr><td>4</td><td>4</td></tr> <tr><td>5</td><td>5</td></tr> <tr><td>6</td><td>6</td></tr> <tr><td>7</td><td>7</td></tr> <tr><td>8</td><td>8</td></tr> <tr><td>9</td><td>9</td></tr> </table>	8	5	0	0	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9	9	MATHEMATIQUES ☒ MATH OPTION ☐ PHYSIQUE ☐ PHYSIQUE OPTION ☐ ANGLAIS ☐ INFORMATIQUE ☐ AUTRE ☐	DUPONT Alain passe l'épreuve de Mathématiques du concours EPL et porte le numéro d'inscription 0961 clé 85
0	9	6	1																																																																		
0	0	0	0																																																																		
1	1	1	1																																																																		
2	2	2	2																																																																		
3	3	3	3																																																																		
4	4	4	4																																																																		
5	5	5	5																																																																		
6	6	6	6																																																																		
7	7	7	7																																																																		
8	8	8	8																																																																		
9	9	9	9																																																																		
8	5																																																																				
0	0																																																																				
1	1																																																																				
2	2																																																																				
3	3																																																																				
4	4																																																																				
5	5																																																																				
6	6																																																																				
7	7																																																																				
8	8																																																																				
9	9																																																																				

Nom : DUPONT Prénom : Alain

3)

. Votre feuille réponse ne doit pas être souillée, froissée, pliée, écornée ou porter des inscriptions superflues sous peine d'être rejetée par la machine et de ne pas être corrigée.

- 4) Cette épreuve comporte 40 questions, certaines, de numéros consécutifs, sont liées. La liste des questions liées est donnée au début du texte du sujet. **Chaque candidat devra choisir au plus 32 questions parmi les 40 proposées.**

Il est inutile de répondre à plus de 32 questions : la machine à lecture optique lira les réponses en séquence en partant de la ligne 01, et s'arrêtera de lire lorsqu'elle aura détecté des réponses à 32 questions, quelle que soit la valeur de ces réponses.

Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.

- 5) A chaque question numérotée entre 01 et 40, correspond sur la feuille réponse une ligne de cases qui porte le même numéro. (les lignes de 41 à 100 sont neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases a, b, c, d, e. Pour chaque ligne de 01 à 40 vous vous trouvez en face de quatre possibilités :

- soit vous décidez de ne pas traiter cette question,
la ligne correspondante doit rester vierge.
- soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse,
vous devez noircir l'une des cases a, b, c, d.
- soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes,
vous devez noircir deux des cases a, b, c, d et deux seulement.
- soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées a, b, c, d n'est bonne,
vous devez alors noircir la case e.

Attention toute réponse fausse entraîne pour la question correspondante une pénalité dans la note.

- 6) EXEMPLE :

Question 01 : $1^2 + 2^2$ vaut

- a) 3 b) 5 c) 4 d) -1

Question 02 : le produit $(-1)(-3)$ vaut

- a) -3 b) -1 c) 4 d) 0

Question 03 : les racines de l'équation $x^2 - 1 = 0$ sont

- a) 1 b) 0 c) -1 d) 2

Vous marquerez sur la feuille – réponses :

	a	b	c	d	e
01	☐	☒	☐	☐	☐
02	☐	☐	☐	☐	☒
03	☒	☐	☒	☐	☐

- c) Il existe exactement deux points distincts de $\mathcal{D}$ tels que $f(x) = 0$. d) Il existe un et un seul zéro de f compris entre 0,8 et 1,2.

Nous considérons la fonction h définie sur $\mathcal{D}$ par $h(x) = f(x) + x$.

Question n° 26 :

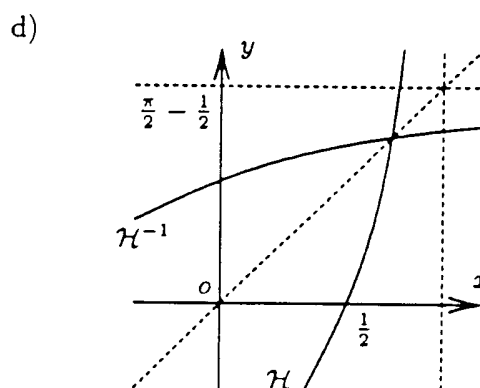
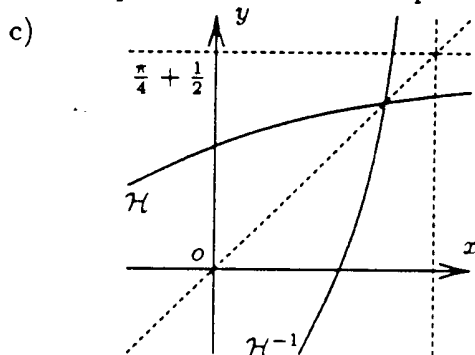
- a) h est dérivable sur $\mathcal{D}$ et de dérivée h' strictement positive. b) h est strictement décroissante sur $\mathcal{D}$.
 h admet une application réciproque (ou inverse) notée h^{-1} .
 c) h et h^{-1} ont même sens de variations. d) $h^{-1}(x) = \text{Arctan} \left(x + \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2}$.

Nous notons $\mathcal{H}$ (resp $\mathcal{H}^{-1}$) la courbe représentative de h (resp h^{-1}) dans le repère orthonormal Oxy .

Question n° 27 :

- a) $\mathcal{H}$ et $\mathcal{H}^{-1}$ sont symétriques par rapport à l'axe Ox . b) $\mathcal{H}$ et $\mathcal{H}^{-1}$ ont au plus deux points commun, situés sur la droite $y = x$.

Nous représentons $\mathcal{H}$ et $\mathcal{H}^{-1}$ par



Nous considérons les suites numériques u et v définies pour $n \geq 1$ par

$$u_n = h(u_{n-1}) \quad \text{et} \quad v_n = h^{-1}(v_{n-1}),$$

avec $u_0 = \frac{1}{2}$ et $v_0 = 0$.

Question n° 28 :

- a) La suite u est croissante et majorée donc converge. b) La suite v est croissante et minorée donc diverge.
 c) Les deux suites u et v sont adjacentes donc convergent vers la même limite. d) Il existe un entier strictement positif unique n_0 tel que $u_{n_0} = v_{n_0}$.

Nous considérons la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = \frac{1}{2} \left(\text{Arctan} \left(x + \frac{1}{2} \right) + 1 \right)$$

de courbe représentative $\mathcal{G}$ dans le repère orthonormal Oxy .

Question n° 29 :

- a) $g = h^{-1}$ sur au moins un intervalle. b) Il existe γ tel que $g(\gamma) = h^{-1}(\gamma)$.
 c) Les fonctions $x \rightarrow x + \frac{1}{2}$ et $x \rightarrow \text{Arctan } x$ sont strictement croissantes donc la fonction composée $x \rightarrow \text{Arctan} \left(x + \frac{1}{2} \right)$ est strictement décroissante.

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Liste des questions pouvant être liées :

(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15)

(16, 17, 18, 19, 20, 21)

(22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30)

(31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40)

Ce sujet comporte 40 questions dont 32 obligatoires.

Nous associons au couple de matrices (A_0, M_0)

$$A_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad M_0 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

la matrice notée $(A_0 | M_0)$ définie par

$$(A_0 | M_0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 1 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 3 & 3 \end{pmatrix},$$

que nous transformons à l'aide d'opérations élémentaires sur les lignes du type

$$L_i \leftarrow \alpha L_i + \beta L_j \quad (1)$$

où $\alpha \neq 0$, β quelconque et $i \neq j$.

Question n° 01 :

Toute opération du type (1) transforme une matrice ayant n lignes et p colonnes en une matrice de même rang

a) si $n \neq p$.

b) seulement si $n = p$.

c) pour tout n et pour tout p .

d) si et seulement si $n < p$.

Nous transformons la matrice $(A_0 | M_0)$ avec les deux opérations successives

$$L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1, \quad \text{puis} \quad L_3 \leftarrow L_3 - L_1,$$

et nous notons $(A_1 | M_1)$ la matrice résultat, A_1 est la transformée de A_0 et M_1 celle de M_0 par les opérations ci-dessus.

Question n° 02 :

a) L'ordre des deux opérations ci-dessus intervient dans le résultat.

b) Nous pouvons obtenir ce même résultat en utilisant d'autres opérations.

c) Les opérations ci-dessus modifient le rang de la matrice $(A_0 | M_0)$.

d) Il existe des opérations du type (1) telles que la matrice résultat soit de rang strictement inférieur à la matrice initiale.

Question n° 03 :

a) A_1 est inversible car A_0 l'est.

b) $\det A_0 < \det A_1$ (Déterminant).

c) M_1 n'est pas inversible bien que M_0 le soit.

d) Si A_1^{-1} existe alors $A_1^{-1} M_1 = M_1 A_1^{-1}$.

Nous associons au couple de matrices (B_0, N_0)

$$B_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad N_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

la matrice notée $\left(\frac{B_0}{N_0}\right)$ définie par

$$\left(\frac{B_0}{N_0}\right) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

que nous transformons à l'aide d'opérations élémentaires sur les colonnes du type

$$C_i \leftarrow \alpha C_i + \beta C_j \quad (2)$$

où $\alpha \neq 0$, β quelconque et $i \neq j$.

Question n° 10 :

Toute opération du type (2) transforme une matrice ayant n lignes et p colonnes en une matrice de même rang

- a) seulement si $n \neq p$.
- b) si $n = p$.
- c) pour tout n et pour tout p .
- d) seulement si $n < p$.

Nous transformons la matrice $\left(\frac{B_0}{N_0}\right)$ à l'aide des quatre opérations successives

$C_3 \leftarrow C_3 - C_1$, puis $C_3 \leftarrow C_3 - C_2$, puis $C_4 \leftarrow C_4 - C_1$, puis $C_4 \leftarrow C_4 - C_2$, et notons $\left(\frac{B_1}{N_1}\right)$ la matrice résultat, B_1 est la transformée de B_0 et N_1 celle de N_0 par les opérations ci-dessus.

Question n° 11 :

- a) B_1 est une matrice inversible.
- b) N_0 et N_1 sont toutes deux de rang 2.
- c) B_1 est une matrice symétrique car B_0 est une matrice symétrique.
- d) N_1 est une matrice carrée qui comporte exactement 10 zéros.

Question n° 12 :

- a) $A_2 M_0 B_1 = N_1$.
- b) $A_2 N_1 B_1 = M_0$.
- c) M_0 et N_1 ont même rang.
- d) $A_2 B_1 = B_1 A_2$.

Nous considérons les matrices

$$M = \text{Mat}(\varphi, B_{\mathcal{E}}, B_{\mathcal{F}}) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad N = \text{Mat}(\varphi, B'_{\mathcal{E}}, B'_{\mathcal{F}}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

d'une même application linéaire φ de $\mathcal{E}$ dans $\mathcal{F}$, avec pour bases $B_{\mathcal{E}} = (\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}, \vec{l})$, $B_{\mathcal{F}} = (\vec{I}, \vec{J}, \vec{K})$, $B'_{\mathcal{E}} = (\vec{i}, \vec{j}, \vec{c}, \vec{d})$ et $B'_{\mathcal{F}} = (\vec{A}, \vec{B}, \vec{C})$.

Question n° 13 :

Nous avons obligatoirement, par hypothèse

- a) $\vec{A} = \varphi(\vec{i})$ et $\vec{A} = -\vec{B}$.
 b) $\vec{B} = \varphi(\vec{j})$ et $\varphi(\vec{c}) = \vec{C}$.
 c) $\text{Ker } \varphi$ admet $(\vec{c}, \vec{d})$ pour base.
 d) $\text{Im } \varphi$ admet $(\vec{A}, \vec{C})$ pour base.

Question n° 14 :

Nous pouvons choisir

- a) $\vec{c} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$.
 b) $\vec{d} = \vec{k} + \vec{l}$.
 c) $\vec{C} = \varphi(\vec{c}) = \varphi(\vec{d})$.
 d) $\vec{C} = \vec{K}$.

Question n° 15 :

P la matrice de passage de $\mathcal{B}_{\mathcal{E}}$ à $\mathcal{B}'_{\mathcal{E}}$ et Q la matrice de passage de $\mathcal{B}_{\mathcal{F}}$ à $\mathcal{B}'_{\mathcal{F}}$.

- a) $M = P N Q$.
 b) $N = P^{-1} M Q$.
 c) $M = P N Q^{-1}$.
 d) $N = Q^{-1} M P^{-1}$.

Nous considérons dans le repère orthonormal Oxy , les points $I\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ et $J(0, 1)$, et le cercle $\mathcal{C}$ de diamètre (IJ) .

Question n° 16 :

- a) $\mathcal{C}$ est tangent à l'axe Oy et coupe l'axe Ox en deux points distincts.
 b) $\mathcal{C}$ et l'axe Ox ont au moins un point commun.
 c) La projection Ω du centre de $\mathcal{C}$ sur l'axe Ox admet pour abscisse $\frac{1}{4}$.
 d) Une équation de $\mathcal{C}$ est

$$x^2 - \frac{1}{2}x + y^2 - y = 0. \quad (1)$$

Les deux tangentes à $\mathcal{C}$ parallèles à l'axe Oy coupent Ox en deux points, P d'abscisse positive et Q d'abscisse négative. Nous posons $\alpha = \overline{OP}$ et $\beta = \overline{OQ}$.

Question n° 17 :

- a) α est solution de (1) pour $y = \frac{1}{2}$.
 b) $\alpha > 0$, $\alpha + \beta = \frac{1}{4}$ et $\alpha\beta = -\frac{1}{4}$.
 c) $\alpha = \frac{1}{2} IJ = \frac{-1 + \sqrt{5}}{4}$.
 d) $\alpha = -\beta$.

Question n° 18 :

Pour une équation polynomiale dans $\mathbb{C}$, à coefficients réels, du quatrième degré

- a) les racines sont toutes distinctes ou sont toutes réelles.
 b) les racines sont obligatoirement distinctes.
 c) les quatre racines sont conjuguées deux à deux.
 d) une racine au moins est réelle si le terme constant de l'équation est nul.

Question n° 19 :

Dans $\mathbb{C}$ l'équation

$$z^4 + z^3 + z^2 + z + 1 = 0 \quad (2)$$

admet quatre racines (admis).

- a) Les quatre racines sont distinctes.
 b) Certaines racines sont réelles.

- c) Le produit des racines est -1 . d) La somme des racines est -1 .

Nous notons $z_k = e^{2ik\pi/5}$ avec $k = 0, \dots, 4$.

Question n° 20 :

- a) z_k vérifie l'équation $z^5 + 1 = 0$. b) $z_2 = \alpha$, $z_4 = \beta$ et $z_2 + z_4$ est réel.

Nous posons $Z = z + \frac{1}{z}$ dans (2), et nous obtenons l'équation

- c) $Z^2 + Z - 2 = 0$. d) $(Z - 1)(Z + 2) = 0$.

Question n° 21 :

- a) $\alpha = \cos \frac{2\pi}{5}$ et $\beta = \cos \frac{6\pi}{5}$. b) $\alpha = \cos \frac{6\pi}{5}$ et $\beta = \cos \frac{8\pi}{5}$.

Les points A_k d'affixe z_k avec $k = 0, \dots, 4$ sont les sommets d'un pentagone régulier.

- c) Les points A_1 , A_3 et A_4 sont les sommets d'un triangle isocèle. d) Les points A_2 et A_4 sont symétriques par rapport au point I .

Vous pouvez dorénavant construire un pentagone régulier avec une règle et un compas.

Nous considérons la fonction f de la variable réelle x définie par

$$f(x) = \tan(2x - 1) - x - \frac{1}{2},$$

de courbe représentative $\mathcal{C}$ dans le repère orthonormal Oxy .

Nous notons $\mathcal{D}$ le plus grand intervalle ouvert contenant 0 sur lequel est défini f .

Question n° 22 :

La formule $\tan x - \tan \alpha = \frac{\sin(x - \alpha)}{\cos x \cos \alpha}$

- a) n'est vérifiée que seulement si $x \neq \alpha$.

- b) n'existe que pour x et α appartenant à l'intervalle ouvert $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$.

Dans les deux assertions suivantes c) et d) ainsi que dans la question 23, nous supposons que x et α appartiennent à l'intervalle $\mathcal{I} = \left]-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right[$

- c) $|\cos x \cos \alpha| > 4$. d) $0 < \cos x \cos \alpha \leq 2$.

Question n° 23 :

- a) $|\tan x - \tan \alpha| \leq 4|x - \alpha|$. b) $|\tan x - \tan \alpha| > 2|x - \alpha|$.

$\eta > 0$, $\exists v_\alpha =]\alpha - \eta, \alpha + \eta[$ tel que $\forall x \in v_\alpha$ on ait $|\tan x - \tan \alpha| < \epsilon < 1$, alors

- c) η ne dépend que de α . d) $4\eta = \epsilon$ est un choix possible.

Question n° 24 :

- a) La fonction f est continue sur $\mathcal{D}$.

- b) La fonction f ne peut être dérivable sur $\mathcal{D}$ car $\mathcal{D}$ est un intervalle ouvert.

f' est la fonction dérivée de f . Nous notons $\mathcal{D}'$ son ensemble de définition.

- c) $f'(x) = 1 + \tan^2(2x - 1)$. d) $f'(x) \geq \sqrt{3}$ pour tout $x \in \mathcal{D}'$.

Question n° 25 :

- a) f étant continue et monotone (strict) est une bijection de $\mathcal{D}$ sur $\mathbb{R}$. b) f étant strictement décroissante est une surjection de $\mathcal{D}$ dans $\mathbb{R}$.

d) g est une bijection de $\mathbb{R}$ sur $\mathbb{R}$ car g est continue et strictement monotone.

Nous considérons les suites numériques r et s définies pour $n \geq 1$ par

$$r_n = g(r_{n-1}) \quad \text{et} \quad s_n = g(s_{n-1})$$

avec $r_0 = 0,8$ et $s_0 = 1,2$.

Question n° 30 :

a) r est une suite strictement monotone. b) s est une suite croissante.

c) Il existe k vérifiant $0 < k \leq \frac{1}{100}$, tel que pour $n \geq 2$ on ait

$$|r_n - s_n| \leq k |r_{n-1} - s_{n-1}|.$$

d) Les deux suites r et s ne sont pas adjacentes car elle convergent vers deux limites distinctes.

Soit la fonction f de la variable réelle x

$$f(x) = x \ln |x| + (1-x) \ln |1-x| + (2-x) \ln |2-x|$$

de courbe représentative $\mathcal{F}$ dans le repère orthonormal Oxy .

Question n° 31 :

a) $\lim_{u \rightarrow 0} u \ln |u| = 1$ car $\ln |u| = o(u^{-1})$ dans un voisinage de 0. b) f est prolongeable par continuité sur $\mathbb{R}$.

c) f est dérivable sur $\mathbb{R}$. d) $f(x) \sim -x \ln x$ pour $x \rightarrow +\infty$.

Question n° 32 :

Dans cette question nous supposons $0 < x < 1$.

a) $f'(x) = \ln \frac{x}{x^2 - 3x + 2} - 1$.

b) $f'(x) > 0$.

c) $f(x) > 0$.

d) $f(x) < 2 \ln 2$.

Question n° 33 :

Dans cette question nous supposons $1 < x < 2$.

a) $f'(x) = 0 \iff x^2 - (3 - e^{-1})x + 2 = 0$.

b) f' n'admet pas de zéro.

c) f est décroissante.

d) f n'est pas bornée.

Question n° 34 :

Dans cette question nous supposons $x > 2$.

a) L'expression de $f'(x)$ est identique à celle trouvée pour $0 < x < 1$.

b) $f'(x) > 0$.

c) $f(x) > -1$.

d) $f(x) < 2 \ln 2$.

Question n° 35 :

Enfin dans cette question nous supposons $x < 0$.

a) $f'(x) = 0 \iff x^2 + (3 - e^{-1})x + 2 = 0$.

b) $f'(x) < 0$.

c) $f(x) > \ln 2$.

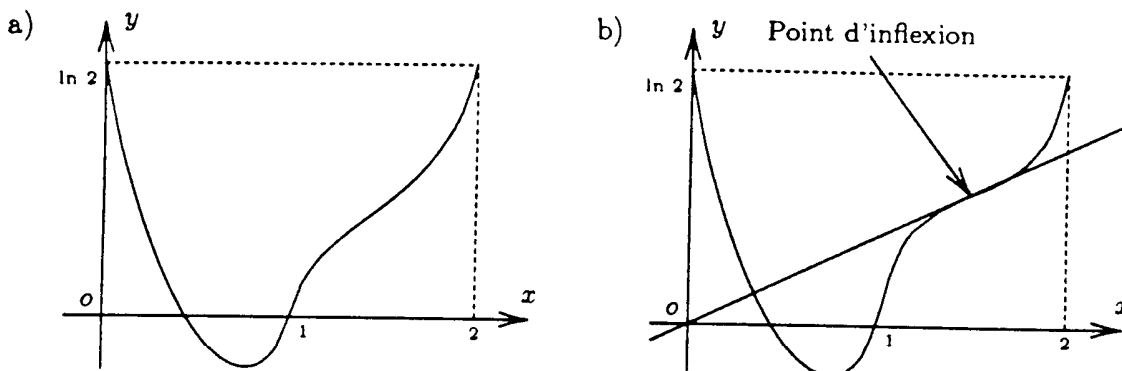
d) $f(x) < 2 \ln 2$.

Question n° 36 :

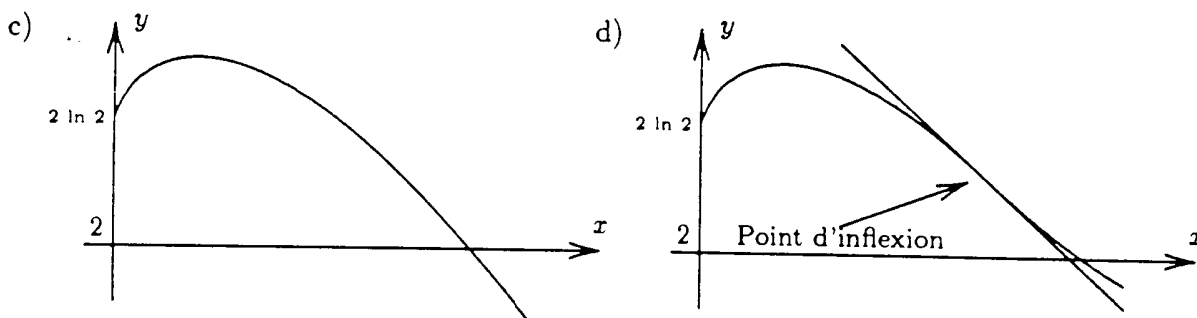
- a) $f''(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{1-x} + \frac{1}{2-x}$. b) $f''(x) > 0$ pour $x \geq 2$.
 c) $\mathcal{F}$ admet trois points d'inflexion alignés. d) $\mathcal{F}$ est concave pour $x > 2$ et convexe pour $0 < x < 1$.

Question n° 37 :

Sur l'intervalle $[0, 2]$ la courbe $\mathcal{F}$ est



Sur l'intervalle $[2, +\infty[$ la courbe $\mathcal{F}$ est

**Question n° 38 :**

Sur l'intervalle $[3, 5]$ la fonction f est

- a) strictement monotone. b) croissante et majorée.
 c) admet un seul zéro. d) strictement positive.

Question n° 39 :

- a) $\mathcal{F}$ coupe l'axe Ox en trois points d'abscisses positives. b) $\mathcal{F}$ admet un minimum relatif pour $x < 1$.
 c) $\mathcal{F}$ est bornée pour $[0, +\infty[$. d) $\mathcal{F}$ admet une asymptote.

Question n° 40 :

Dans cette question nous supposons $x > 0$.

- a) Pour $x > \alpha$, nous pouvons écrire $\ln(x - \alpha) = \ln x + \ln\left(1 + \frac{\alpha}{x}\right)$, où α est donné et est strictement positif.
 b) Pour $x \rightarrow +\infty$ nous avons $f(x) \sim (3 - x) \ln x + 3$.

Soit la fonction g de la variable réelle x définie par $g(x) = (3 - x) \ln x + 3$ de courbe représentative $\mathcal{G}$ dans le repère Oxy .

- c) $\mathcal{F}$ et $\mathcal{G}$ ont un et un seul point commun d'abscisse $x = 1$. d) $\mathcal{F}$ est située au dessus de $\mathcal{G}$ pour tout $x > 2$.