E. N. A. C (EPT. S)

Elèves Pilotes de Transport (Math. Sup)

Durée : 4 heures Coefficient 7. Mêmes recommandations

On considère la suite (P_n) de polynômes de $\mathbb{R}[X]$ vérifiant la relation de récurrence

$$\forall\, n \geq 1,\ P_{n+1}(x) = x\,P_n(x) + n\,P_{n-1}(x) \qquad (1)$$

P_0 et P_1 donnés.

On lui associe la suite (Q_n) définie par $Q_0 = P_0'$ et la relation de récurrence

$$Q_n(x) = P_n'(x) - n\,P_{n-1}(x) \qquad (2)$$

On note $\mathcal{S}$ l'espace vectoriel réel des suites de polynômes de $\mathbb{R}[X]$.

Question n° 01 :

L'ensemble $\mathcal{S}_1$ des suites de polynômes qui vérifient (1) est

a) un sous espace vectoriel de $\mathcal{S}$.

b) n'est pas un sous espace vectoriel.

Dans le cas où $\mathcal{S}_1$ est un espace vectoriel, alors

c) l'ensemble $\mathcal{S}_2$ des suites de polynômes qui vérifient (2) est un sous espace vectoriel de $\mathcal{S}_1$.

d) $\mathcal{S}_2$ n'est pas un sous espace vectoriel car $\forall\, n$, Q_n dépend de P_n.

Question n° 02 :

Pour $n \geq 2$, les relations de récurrence (1) et (2) montrent que :

a) P_n est de degré n.

b) $P_{n+1}'(x) = P_n(x) + P_n'(x) + n\,P_{n-1}'(x)$

c) $Q_{n+1}(x) = x\,Q_n(x) + n\,Q_{n-1}(x)$.

d) P_n et Q_n ont même degré.

Dans les deux questions suivantes on suppose que $P_0(x) = x+1$ et $P_1(x) = x-1$.

Question n° 03 :

a) $P_2(x) = 1$.

b) $P_2(x) = x^2 + 1$.

c) $P_3(x) = -2x + 3$.

d) $P_3(x) = x^3 + 3x - 2$.

Question n°04 :

a) Q_0, Q_1 et Q_2 sont constants.

b) $Q_2(x) = -x$.

c) $Q_4(x) = 6$.

d) $Q_4 = P_4'$.

Dans les deux questions suivantes on suppose que $P_0(x) = 1$ et $P_1(x) = x$.

Question n° 05 :

a) $\mathcal{S}_1$ est un espace vectoriel de dimension 1.

b) $P_2(x) = x^2 - 1$.

c) P_3 est une fonction impaire.

d) $\forall\, n \geq 0,\ \ P_n(x) = x^n$.

Question n° 06 :

a) $Q_0(x) = 1$.

b) $Q_2(x) = 0$.

c) $Q_n(x) = 0$ seulement si $n \leq 4$.

d) $\forall\, n \geq 0,\ \ Q_n(x) = 0$.

$\mathcal{E}$ étant l'espace vectoriel réel des applications de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, de classe C^∞. Soit φ l'application de $\mathcal{E}$ dans $\mathcal{E}$, qui à f associe la fonction $\varphi(f)$ définie par

$$[\varphi(f)](x) = f'(x) + x\,f(x).$$

Soit $f_{a,b}(x) = (ax+b)\,e^{-\dfrac{x^2}{2}}$ où a et b sont réels.
On note $\alpha(x) = f_{0,1}(x)$ et $\beta(x) = f_{1,0}(x)$.

Question n° 07 :

a) $f_{a,b}$ est dérivable sur $\mathbb{R}$, mais non de classe C^∞.

b) (α, β) forme une base de $\mathcal{E}$.

c) (α, β) est une famille libre de $\mathcal{E}$.

d) (α, β) est une famille liée de $\mathcal{E}$.

Question n° 08 :

a) φ est une application bijective.

b) φ est un automorphisme.

c) Si $f \in \operatorname{Ker}\varphi$ alors $f \in \operatorname{Ker}(\varphi o \varphi)$.

d) $f \in \operatorname{Ker}(\varphi o \varphi)$ si et seulement si f vérifie une équation différentielle linéaire du second ordre.

Question n° 09 :

a) Si $f \in \operatorname{Ker}\varphi$, alors $f(x)\,e^{+\dfrac{x^2}{2}}$ est constant.

b) $\{f_{a,b}$ tel que $(a,b) \in \mathbb{R}^2\} = \operatorname{Ker}\varphi$.

c) $f_{a,b} \in \operatorname{Ker}(\varphi o \varphi)$.

d) Il existe un unique couple non nul (a,b) tel que $\varphi(f_{a,b}) = f_{a,b}$.

Question n° 10 :

a) $\operatorname{Ker}\varphi$ est engendré par α.

b) $\operatorname{Ker}\varphi$ est engendré par β.

c) $\operatorname{Ker}(\varphi o \varphi)$ est de dimension 2.

d) $\operatorname{Ker}(\varphi o \varphi)$ est engendré par α.

On considére la fonction numérique f définie sur $]-1, +\infty[$ par

$$f(x) = \begin{cases} e^{u(x)} & \text{si } x \neq 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases}.$$

où $u(x) = (\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{x})\ln(1+x) - 1$.

Question n° 11 :

On note, s'il existe, $u(x) = \alpha + \beta x + \gamma x^2 + \delta x^3 + o(x^3)$ le développement limité de u au voisinage de zéro.

a) Le développement limité ci-dessus ne peut exister en raison de la présence de la fonction logarithme.

Dans le cas où ce développement existe, alors nous avons

b) $\alpha = \beta$.

c) $\beta = 0,\ \gamma = \dfrac{1}{3}$.

d) $\delta = \dfrac{1}{6}$.

Question n° 12 :

On note, s'il existe, $f(x) = \alpha + \beta x + \gamma x^2 + o(x^2)$ le développement limité de f au voisinage de zéro.

a) Le développement limité ci-dessus ne peut exister car celui de u n'existe pas.

Dans le cas où ce développement existe, alors nous avons

b) $\alpha = 0$. c) $\beta = 0,\ \gamma = \dfrac{1}{12}$. d) $\gamma = \dfrac{1}{12}$.

Question n° 13 :

a) f est continue et dérivable deux fois en 0.

b) f n'est pas continue en 0, mais est dérivable en 0.

c) f est continue en 0, mais n'est pas dérivable en ce point.

d) f est dérivable sur tout $\mathbb{R}$.

Soit g la fonction numérique définie par

$$g(x) = \frac{1}{2}\left(1 + x - \frac{1}{1+x}\right) - ln\,(1+x).$$

Question n° 14 :

a) $f'(x) = -\dfrac{1}{x^2}\,g(x)\,f(x)$ pour $x \neq 0$.

b) $g(0) = 0$.

c) Le développement limité de g à l'ordre 1 au point $x = 0$ suffit pour montrer que f' est continue en 0.

d) La partie principale du développement limité de g à l'ordre 2 au point $t = 0$ étant nulle, f est de classe C^1 sur son domaine de définition.

Question n° 15 :

a) g est positive sur son ensemble de définition.

b) Les variations de g montrent que f n'est pas minorée sur $]-1,+\infty[$.

c) f est majorée sur $]-1,1]$.

d) f est croissante sur $[\,0,+\infty[$.

On appelle $\mathcal{C}$ la courbe représentative de f dans le repère Oxy.

Question n° 16 :

$\mathcal{C}$ admet

a) deux asymptotes.

b) deux branches infinies.

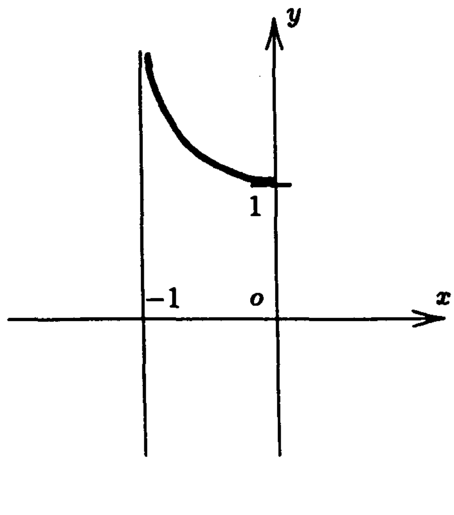
c) pour direction asymptotique l'axe Ox, lorsque $x \to +\infty$.

d) pour direction asymptotique l'axe Oy, lorsque $x \to +\infty$.

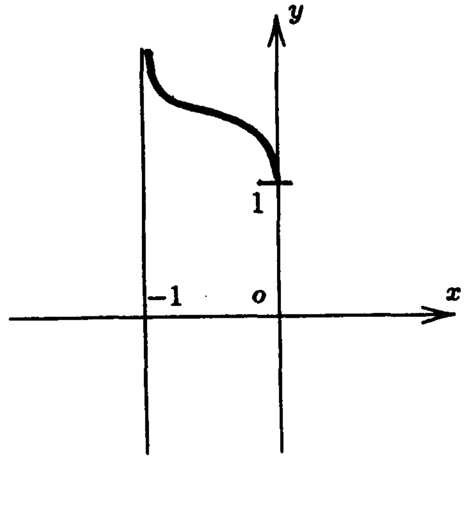
Question n° 17 :

La courbe $\mathcal{C}$ est représentée sur $]-1,0]$ par :

a)

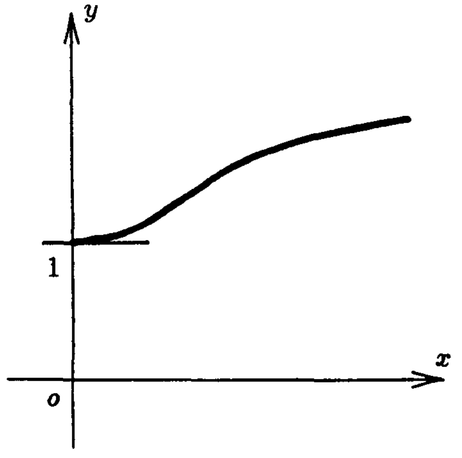


b)

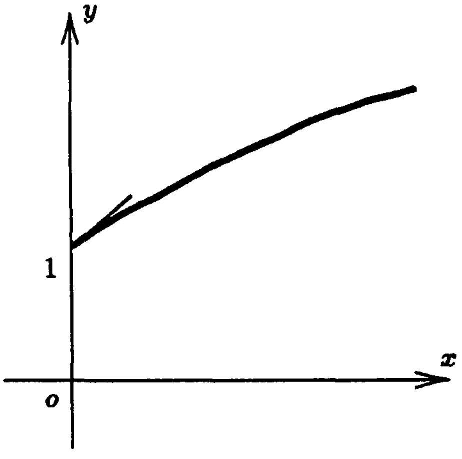


La courbe C est représentée sur $[0, +\infty[$ par :

c)



d)



On considère l'application f de $\mathbf{C}$ dans lui même définie par

$$f(z) = Z = \frac{z + i\lambda\bar{z}}{1 + i\lambda} \qquad (1)$$

où $\bar{z}$ désigne le conjugué de z et λ un paramètre réel strictement positif.

Question n° 18 :

a) f n'est pas définie pour $z = -i\lambda$.

b) f est bijective $\iff \lambda^2 \neq 1$.

c) Si f^{-1} existe alors $f^{-1} = \dfrac{1}{f}$.

d) f est une involution de $\mathbf{C}$.

Question n° 19 :

f est une fonction de $\mathbf{C}$ dans lui même de la forme $f(z) = a\,z + b\,\bar{z}$, où a et b sont des nombres complexes tous deux différents de zéros.
Toute application de cette forme est

a) une similitude directe.

b) une similitude indirecte.

c) la composée d'une rotation et d'une translation.

d) la composée d'une homothétie et d'une similitude directe.

Dans toutes les questions suivantes f est la fonction définie par (1).

Question n° 20 :

L'ensemble des points invariants par f est

a) l'axe imaginaire.

b) sur un cercle de rayon $|1 + i\lambda|$.

c) l'axe réel.

d) l'ensemble vide.

Question n° 21 :

Dans cette question $\lambda = 1$.

a) f est une bijection de $\mathbf{C}$ sur lui même.

b) f est une bijection de $\mathbf{C}$ sur $\mathbb{R}$.

c) L'image d'un cercle est un segment.

d) L'image d'un segment est un cercle de rayon non nul.

Dans les deux questions suivantes $\lambda = 2$.
On note de manière usuelle $z = x + iy$, $\bar{z} = x - iy$ et $Z = X + iY$, où x, y, X et Y sont réels. Dans le plan complexe $\mathcal{P}$, on désigne par O le point d'affixe nulle.

Question n° 22 :

Nous avons

a) une relation affine entre X et Y, ce qui prouve que l'image par f de $\mathcal{P}$ est une droite (ie : a, b et c réels tels que $aX + bY = c$).

b) $X = \dfrac{4x - 5y}{5}$.

c) $Y = -\dfrac{4y}{5}$.

d) $3X + 4Y = 3$.

Question n° 23 :

L'image par f de la droite de $\mathcal{P}$ d'équation $x = 1$, est

a) un cercle de centre A d'affixe i.

b) une droite ne passant pas par O.

L'image par f du cercle de $\mathcal{P}$ d'équation $x^2 + y^2 = 1$, est

c) une hyperbole.

d) une ellipse de centre O.

On pose $I_\alpha = \displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{dt}{t^{\frac{2}{3}}(1+t)^\alpha}$ et $J_\beta = \displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{dt}{(1+t^3)^\beta}$, α et β étant des réels.

Question n° 24 :

a) I_α est convergente en 0 pour $\alpha > 2$.

b) I_α est divergente en 0 car $t^{-\frac{2}{3}}$ tend vers l'infini quand t tend vers 0.

c) Il existe un changement de variable qui permet de montrer que $I_\alpha = J_\alpha$.

d) J_β est convergente pour $\beta > -\dfrac{1}{3}$.

Question n° 25 :

On considère la décomposition : $\dfrac{1}{1+x^3} = \dfrac{a}{x+1} + \dfrac{bx+c}{x^2+dx+1}$. $d = -1$

a) L'identification des deux membres pour $x = 0$ montre que $a + c$ est égal à 1.

b) $d = 0$ et $b = 0$.

c) $\dfrac{1}{1+x^3}$ tend vers 0 à l'infini donc b est nul.

d) Le polynôme $x^2 + dx + 1$ étant réductible dans $\mathbb{R}[X]$, la décomposition précédente n'est pas une décomposition en éléments simples dans $\mathbb{R}$.

Question n° 26 :

Soit $F(x) = \displaystyle\int_0^x \frac{dt}{1+t^3}$ où $x \geq 1$. Il existe un quotient de polynômes du second degré en x, noté $U(x)$, un polynôme du premier degré en x noté $V(x)$ et des constantes réelles A, B et C tels que l'on puisse écrire

a) $F(x) = A \ln U + B \operatorname{argth} V$.

b) $F(x) = A \ln U + B \operatorname{argth} V + C$.

c) $F(x) = A \ln U + B$ Arctan V.
d) $F(x) = A \ln U + B$ Arctan $V + C$.

Question n° 27 :

La valeur de J_1 est :

a) $\dfrac{\pi}{6\sqrt{3}}$.
b) $\dfrac{2\pi}{3\sqrt{3}}$.

La valeur de I_1 est :

c) $\dfrac{2\pi}{\sqrt{3}}$.
d) $\dfrac{\pi}{2\sqrt{3}}$.

Question n° 28 :

On considére l'équation différentielle linéaire du premier ordre, définie sur $]-1,+\infty[$

$$(1+x^3)\,y' - 3\,x^2\,y = 1 + x^3 \qquad (E)$$

a) L'ensemble des solutions de (E) est un espace vectoriel sur $\mathbb{R}$.

b) $y_0(x) = \dfrac{1}{1+x^3}$ est une solution de l'équation homogéne associée à (E).

c) A une constante additive près $F(x)$ est une solution de (E).

d) Toute solution de (E) est de la forme $[F(x)+K]\,(1+x^3)$, K étant une constante réelle.

On considére le systéme suivant

$$\left\{\begin{array}{ccccccccc} x & + & y & + & z & + & at & = & a+1 \\ x & + & 2y & + & 3z & + & at & = & a+2 \\ 3x & + & 4y & + & 2z & + & 3at & = & 3a+1 \\ x & + & y & + & 2z & + & 2at & = & a^2+a+2 \end{array}\right. . \qquad (S)$$

où a est un paramètre réel, que l'on transforme à l'aide d'opérations élémentaires uniquement sur les lignes.

L'échange des lignes L_i et L_j est symbolisé par $L_i \rightleftarrows L_j$.
Le remplacement de la ligne L_i par une combinaison linéaire des lignes L_i et L_j est symbolisé par $L_i \leftarrow \lambda L_i + \mu L_j$, où $i \neq j$.

Question n° 29 :

Les opérations suivantes transforment ce systéme en un systéme équivalent:

a) $L_1 \rightleftarrows L_2$, puis $L_2 \leftarrow L_1 - 2L_2$, puis $L_4 \leftarrow L_3$.

b) $L_1 \rightleftarrows L_2$, puis $L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1$, puis $L_4 \leftarrow L_4 - L_1$.

c) $L_2 \leftarrow \frac{1}{2}L_2$, puis $L_1 \leftarrow L_1 + 3L_2 - 7L_3$.

d) $L_1 \rightleftarrows L_2$, puis $L_1 \rightleftarrows L_4$, puis $L_3 \leftarrow L_1 - 2L_2$.

On associe à ce système la matrice

$$M_S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & a & | & a+1 \\ 1 & 2 & 3 & a & | & a+2 \\ 3 & 4 & 2 & 3a & | & 3a+1 \\ 1 & 1 & 2 & 2a & | & a^2+a+2 \end{pmatrix}.$$

A l'aide d'opérations élémentaires sur les lignes on obtient la matrice suivante

$$M_T = \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -1 & a & a \\ 0 & \alpha & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \beta & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma & \delta \end{array}\right)$$

représentant un système (T) **équivalent à** (S), où α, β, γ et δ sont des fonctions de a.

Question n° 30 :

On peut obtenir pour tout a

a) $\alpha = \beta$.

b) $\alpha = \beta = \gamma = 1$.

c) $\alpha + \beta + \gamma = 5 + 2a$.

d) $\gamma = \delta = 0$.

Question n° 31 :

a) Si $a \notin \{0, 1\}$, t est indéterminé.

b) Si $a = 0$ alors obligatoirement $t = 1$.

c) Le quadruplet $(1, -1, 1, a)$ est l'unique solution du systéme (S) pour tout a.

d) x et y ne dépendent pas de a.

Question n° 32 :

Nous avons

a) $x = -a,\ y = -1$.

b) $x + y = 0,\ z = -1$.

c) $x = -a^2 + a + 1,\ y = -1$.

d) $x = 0,\ t = a$.

Soit Σ l'ensembles des suites numériques (u_n) vérifiant la relation

$$\forall\, n \geq 0, \quad u_{n+2} = \alpha\, u_{n+1} + \beta\, u_n$$

α et β étant réels. On pose $\Delta = \alpha^2 + 4\beta$.

Question n° 33 :

Pour $\Delta > 0$, alors Σ

a) contient une et une seule suite constante.

b) contient la suite nulle.

c) n'est pas un espace vectoriel.

d) ne contient que des suites géométriques.

Question n° 34 :

Pour $\Delta < 0$, alors Σ

a) contient une suite arithmétique de raison non nulle.

b) est vide.

c) est un espace affine.

d) ne contient que des suites complexes non réelles.

Dans toute la suite, $\alpha = -1$, $\beta = 1$. On pose $z_0 = \cos\dfrac{2\pi}{5} + i \sin\dfrac{2\pi}{5}$, $a = z_0 + z_0^4$, $b = z_0^2 + z_0^3$.

Question n° 35 :

a) il existe une suite constante et une seule dans Σ.

b) Si la suite $(u_n = q^n)$ appartient à Σ alors la suite $(v_n = n\,q^n)$appartient aussi à Σ.

c) La suite $\left(u_n = \left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)^n\right)$ appartient à Σ.

d) La suite $\left(u_n = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n\right)$ appartient à Σ.

Question n° 36 :

Nous avons

a) $a + b = 0$.

b) $a + b = -1$.

c) Les suites (a^n) et (b^n) appartiennent à Σ.

d) a et b sont les solutions de l'équation $X^2 + X + 1 = 0$.

Question n° 37 :

La valeur de a est

a) $1 - 2\cos\frac{2\pi}{5}$.

b) $2\cos\frac{2\pi}{5}$.

La suite suivante appartient à Σ.

c) $(u_n = 2^n \cos\frac{2n\pi}{5})$.

d) $(u_n = 2^n \cos^n\frac{2\pi}{5})$.

On considère la fonction de variable réelle φ définie par

$$g(\varphi) = \text{Arcsin}(\sin 2\varphi) - \text{Arctan}(\tan 2\varphi)$$

Question n° 38 :

a) Si $u \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$, $\sin(\text{Arcsin}\, u) = u$.

b) Si $u \in]\frac{\pi}{2}, \pi[$, $\text{Arcsin}(\sin u) = \pi + u$.

c) Arccos étant une fonction paire alors $\text{Arccos}(\cos u) = u$ sur $[-\pi, \pi]$.

d) Arctan étant une fonction impaire, $\text{Arctan}(\tan u) = -u$ si $u \in]-\pi, -\frac{\pi}{2}[$.

Question n° 39 :

a) g est de période π.

b) g n'est définie que sur $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$.

c) g est paire car elle est la différence de deux fonctions impaires.

d) g est définie sur $\mathbb{R}$.

Question n° 40 :

On appelle $\mathcal{C}$ la courbe représentative de g.

a) $\mathcal{C}$ est composé de segments de droites discontinus.

b) $\mathcal{C}$ possède des branches infinies aux points d'abscisses $\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$.

c) $g(-\frac{\pi}{4}) = -\pi \implies g(\frac{\pi}{4}) = \pi$.

d) L'étude de g sur l'intervalle $[0, \frac{\pi}{4}]$ permet de tracer $\mathcal{C}$ en utilisant uniquement des symétries et des translations.

Question n° 41 :

a) La dérivée de g est constante sur $]k\pi, \frac{\pi}{4}+k\pi[$, où k est un entier relatif.

b) Si $\varphi \in]-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{4}[$ alors $g(\varphi) = 0$.

c) $g(\varphi) = 2\pi - 4\varphi$ pour $\varphi \in]\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}[$.

d) $g(\varphi) = -2\pi + 4\varphi$ pour $\varphi \in]-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{4}[$.

On considère la fonction de la variable réelle x définie par

$$f(x) = \text{Arcsin}\,\frac{2x}{1+x^2} - \text{Arctan}\,\frac{2x}{1-x^2}$$

Question n° 42 :

On pose $\varphi = \text{Arctan}\,x$, alors

a) $g(\varphi) = f(x)$.

b) $g(\varphi) = -f(x)$.

c) f et g ont le même ensemble de définition.

d) f et g sont dérivables sur le même ensemble.

Question n° 43 :

a) Les fonctions g et tan sont impaires donc f est paire.

b) Les fonctions g et tan sont impaires donc f est impaire.

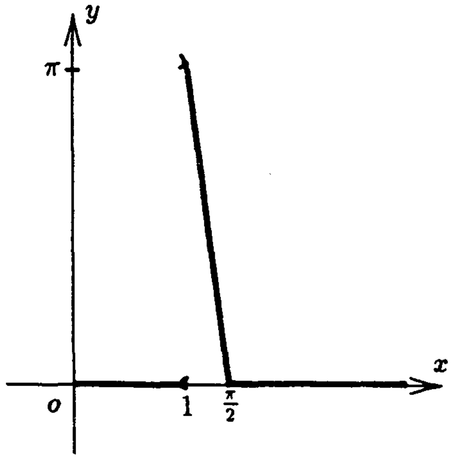
c) g étant décroissante sur $[0, \frac{\pi}{2}[$ alors f est décroissante sur $[0, +\infty[$.

d) f étant continue à droite et à gauche en $x = 1$, alors f est continue en ce point.

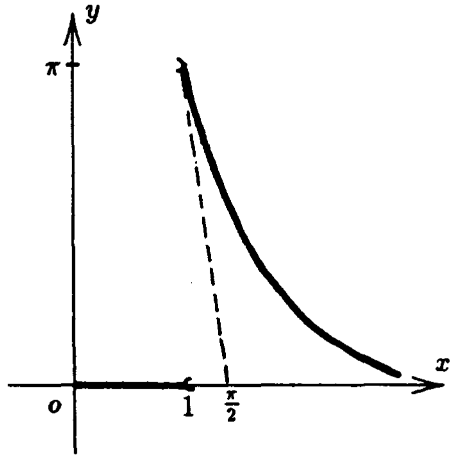
Question n° 44 :

La courbe représentative de f sur l'intervalle $[0, +\infty[$ est :

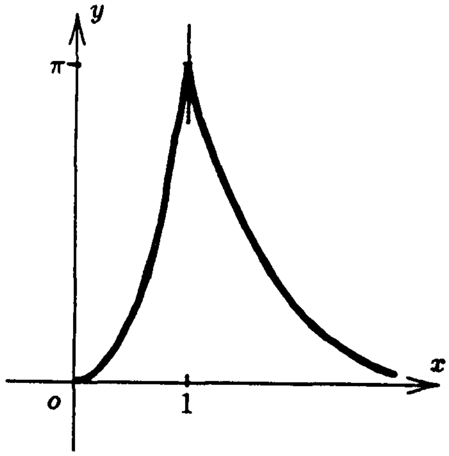
a)



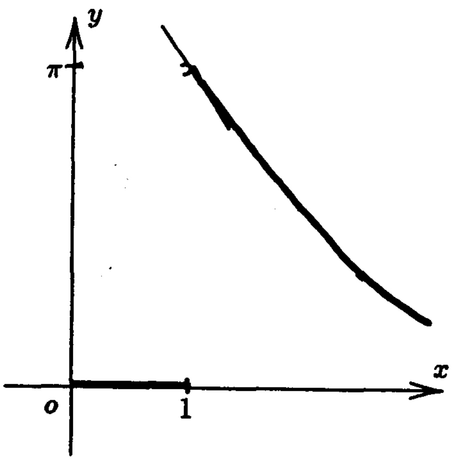
b)



c)



d)



Soit le polynôme dans $\mathbb{C}$, $f(z) = 4z^3 - 6i\sqrt{3}\,z^2 - 3(3 + i\sqrt{3})\,z - 4$

Question n° 45 :

a) Tout polynôme de degré au moins 1 admet au moins un zéro dans $\mathbb{C}$.

b) Tout polynôme de degré au moins 2 admet au moins un zéro dans $\mathbb{R}$.

c) Tout polynôme de degré inférieur ou égal à 3 admet au plus une racine réelle.

d) Tout polynôme de degré n ($n \geq 1$) admettant $n+1$ racines réelles distinctes est obligatoirement nul.

Question n° 46 :

a) Le polynôme f n'admet aucun zéro réel.

Dans le cas où a) est jugé FAUX, soit α_0 un zéro réel de f, alors

b) $\alpha_0 = \frac{1}{2}$. c) $\alpha_0 = \frac{3}{2}$. d) $\alpha_0^2 = -\frac{1}{4}$.

Question n° 47 :

Le polynôme f est divisible par le polynôme du second degré

a) $q(z) = z^2 + \frac{1 - i\sqrt{3}}{2}\,z - 2$. b) $q(z) = z^2 - \frac{1 + 3i\sqrt{3}}{2}\,z - 2$.

Une racine carrée δ du nombre complexe $\Delta = 3\,\frac{1 + i\sqrt{3}}{2}$ est

c) $\delta = \frac{\sqrt{3} + i\sqrt{3}}{2}$. d) $\delta = \frac{1 - i\sqrt{3}}{2}$.

Question n° 48 :

On suppose que le polynôme f admet trois zéros distints notés α_0, α_1 et α_2.

a) L'hypothèse ci-dessus est fausse.

Dans le cas où l'hypothèse ci-dessus est jugée exacte alors, il est possible de prendre α_0 réel et $Re\,\alpha_1 < 0$ et de plus

b) α_0, α_1, α_2 forment une suite arithmétique.

c) α_0, α_1, α_2 forment une suite géométrique.

d) dans le plan complexe les points d'affixes respectives α_0, α_1, $\alpha_2$forment un triangle équilatéral, ce qui était attendu car f est du troisème degré.

On considère l'équation différentielle linéaire du second ordre

$$y'' + 4y = 8x\,(2\cos 2x - \sin 2x) \qquad (E)$$

Question n° 49 :

Soit (E') l'équation homogène associe à (E), alors

a) (E') admet une seule solution.

b) L'ensemble des solutions de (E') est un espace vectoriel de dimension 2.

c) $y_0(x) = \cos 2x$ est une solution de (E').

d) Il n'existe aucune solution réelle de l'équation différentielle homogène (E') car le polynôme caractéristique de (E') est $r^2 + 4 = 0$.

Question n° 50 :

a) $y_0(x) = \cos 2x - \sin 2x$ est une solution de (E').

b) $y_1(x) = (x^2 + x + 1)\cos x + (2x^2 - \dfrac{x}{2})\sin x$ est la solution de (E) telle que $y_1(0) = 1$ et $y_1'(0) = 1$.

c) $y_0(x) = \cos x - \sin x$ est une solution de (E').

d) $y_1(x) = (x^2 - x + 1)\cos x + (x^2 - \dfrac{x}{2})\sin x$ est la solution de (E) telle que $y_1(0) = 1$ et $y_1'(0) = 1$.
