CORRIGÉ ENAC 2010

PARTIE I

1. D'après le cours :

$\mathbb{M}_3(\mathbb{R})$ est un espace vectoriel *réel* de dimension 9 pour les lois usuelles ; en particulier, pour la loi $+$, il s'agit d'un groupe abélien.

Cet ensemble est aussi muni d'une structure d'algèbre pour les trois lois usuelles, donc en particulier d'une structure d'anneau pour les lois $+$ et $\times$, mais cet anneau n'est pas commutatif.

Ce n'est pas un groupe pour la loi $\times$, car il existe des matrices non inversibles !

Q1 : Réponse A

---

2. Notons $A=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&0\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$ $C=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\0&0&0\end{pmatrix}$ $D=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\1&1&0\end{pmatrix}$ et $E=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}$.

A. Réponse absurde, la loi de multiplication d'une matrice par un réel étant une loi *externe*...

C. D. E est l'ensemble des matrices de la forme $\alpha A+\beta B+\gamma C+\delta D+\epsilon E$ lorsque $(\alpha,\beta,\gamma,\delta,\epsilon)$ décrit $\mathbb{R}^5$. C'est donc le sous-espace vectoriel de $\mathbb{M}_3(\mathbb{R})$ engendré par ces cinq matrices (ces 5 matrices étant linéairement indépendantes, elles forment d'ailleurs une base de E), et la réponse C est exacte (la justification de l'énoncé est la caractérisation habituelle d'un sous-espace vectoriel), la réponse D étant fausse.

B. On calcule, et on remarque que $CD=A+B$ et $DC=2E$, donc la loi de multiplication des matrices n'est pas commutative dans E (on pourrait vérifier qu'elle est bien interne dans E, mais ce n'est pas utile pour répondre à la question !).

Q2 : Réponse C

---

3. A. B. F est l'ensemble des matrices de E dont les coordonnées $(\alpha,\beta,\gamma,\delta,\epsilon)$ dans la base (A,B,C,D,E) de F vérifient $\alpha-\beta=0$; c'est donc un hyperplan de E (noyau d'une forme linéaire).

C. Réponse fausse, directement sans lire la fin, puisqu'il est mentionné « anneau *commutatif* E »

D. En fait E est bien un sous-anneau de $\mathbb{M}_3(\mathbb{R})$ (stable par $\times$, et contient I, calculs à faire...) ; et F ne peut être un sous-anneau de E, puisqu'il ne contient pas I (élément neutre pour $\times$).

Q3 : Réponses A,D

---

4. La matrice N ayant ses deux premières colonnes égales est de rang inférieur ou égal à 2.

Le rang peut être nul, si les quatre paramètres sont nuls !

Enfin, elle est de rang inférieur ou égal à 1 si et seulement si la troisième colonne est proportionnelle à la seconde, ce qui équivaut à dire que la matrice extraite $\begin{pmatrix}\alpha&\gamma\\\delta&\epsilon\end{pmatrix}$ est de rang inférieur à 1, donc de déterminant nul.

Q4 : Réponses B,D

---

5. A. B. C. Pour ces questions, il suffit de reprendre le résultat de la question précédente, d'utiliser le théorème du rang : $\dim\operatorname{Ker} f_N=3-\operatorname{rg} f_N$, et de lire attentivement !

Il n'y a aucune bonne réponse : en effet :

- pour tout quadruplet $(\alpha,\delta,\gamma,\epsilon)$ de nombres réels, $\operatorname{rg} f_N\leqslant 2$ donc $\dim\operatorname{Ker} f_N\geqslant 1$.
- pour tout quadruplet $(\alpha,\delta,\gamma,\epsilon)$ de nombres réels tels que $\alpha\epsilon-\gamma\delta=0$, $\operatorname{rg} f_N\leqslant 1$ donc $\dim\operatorname{Ker} f_N\geqslant 2$.
- pour tout quadruplet $(\alpha,\delta,\gamma,\epsilon)$ de nombres réels tels que $\alpha\epsilon-\gamma\delta\neq 0$, $\operatorname{rg} f_N=2$ donc $\dim\operatorname{Ker} f_N=1$.

D. $\mathrm{N}\cdot\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\alpha\\2\alpha\\2\delta\end{pmatrix}$ et ce dernier vecteur n'est pas nul, donc le vecteur $(1,1,0)$ ne peut appartenir au noyau de f_{N} (par contre, le vecteur $(1,-1,0)$ convient...).

Q5 : Réponse E (aucune réponse excate)

---

6. On sait que l'image de f_{N} est le sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$ engendré par les images des vecteurs de base, qui ont pour coordonnées les vecteurs colonnes de la matrice N.

Or les deux premières colonnes sont égales à $\alpha\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}+\delta\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$ et la troisième est égale à $\gamma\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}+\epsilon\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$, elles sont donc toutes deux dans le plan engendré par $\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$, ce qui signifie que $\operatorname{Im} f_{\mathrm{N}}$ est incluse dans le plan engendré par $(1,1,0)$ et $(0,0,1)$.

Comme le vecteur $(0,1,0)$ ne peut pas être combinaison linéaire de ces deux vecteurs (vérification facile), il n'appartient pas à l'image de f_{N}, et les trois réponses A, B et D sont automatiquement fausses. La réponse C est exacte, car les deux vecteurs de l'énoncé sont des vecteurs unitaires, colinéaires aux précédents, et orthogonaux.

Q6 : Réponse C

---

7. Notons $u=(0,0,1)$ et $v=\dfrac{1}{\sqrt{2}}(1,1,0)$ la base orthonormale de P trouvée à la question précédente.

Un calcul rapide donne : $f_{\mathrm{N}}(u)=\epsilon.u+\sqrt{2}\gamma.v+$ et $f_{\mathrm{N}}(v)=\sqrt{2}\delta.u+2\alpha.v$, donc la matrice de g_{N} dans la base précédente est : $\begin{pmatrix}\epsilon & \delta\sqrt{2}\\ \gamma\sqrt{2} & 2\alpha\end{pmatrix}$.

D'après le cours, on sait que l'application qui à une matrice de $\mathbb{M}_3(\mathbb{R})$ associe l'application linéaire de $\mathscr{L}(\mathbb{R}^3)$ qu'elle représente dans la base canonique est un morphisme d'algèbres.

φ est donc bien une application linéaire de F dans $\mathscr{L}(\mathrm{P})$, et c'est aussi un morphisme pour les lois $\times$ dans F et $\circ$ dans $\mathscr{L}(\mathrm{P})$.

Enfin, ce morphisme est bien injectif, car, si $g_{\mathrm{N}}=0$, on a $\begin{pmatrix}\epsilon & \delta\sqrt{2}\\ \gamma\sqrt{2} & 2\alpha\end{pmatrix}=0$ d'où $\alpha=\delta=\gamma=\epsilon=0$ puis $\mathrm{N}=0$, c'est-à-dire $\operatorname{Ker}\varphi=\{0\}$.

Q7 : Réponses A,C

---

8. Aucune des familles proposées ne peut convenir car, tout simplement, la première matrice $\begin{pmatrix}0&0&0\\1&1&0\\0&0&0\end{pmatrix}$ ne peut appartenir à F !

On a déjà vu que F est un hyperplan de E et que E est de dimension 5, donc $\dim \mathrm{F}=4$,e t la réponse D est exacte.

Q8 : Réponse D

---

9. On a calculé ci-dessus la matrice de g_{N} dans une base orthonormale : $\begin{pmatrix}\epsilon & \delta\sqrt{2}\\ \gamma\sqrt{2} & 2\alpha\end{pmatrix}$.

D'après le cours, les matrices d'isométrie planes sont de la forme $\begin{pmatrix}a & -b\\ b & a\end{pmatrix}$ avec $a^2+b^2=1$ (rotations) ou $\begin{pmatrix}a & b\\ b & -a\end{pmatrix}$ avec $a^2+b^2=1$ (réflexions).

Donc g_{N} est une isométrie de P si et seulement si

$$[2\alpha^2+\delta^2=\frac{1}{2}\text{ et }\epsilon=2\alpha\text{ et }\gamma=-\delta]\quad\text{OU}\quad[2\alpha^2+\delta^2=\frac{1}{2}\text{ et }\epsilon=-2\alpha\text{ et }\gamma=\delta]$$

La caractérisation de la réponse B ne correspond qu'aux isométries positives. Conclusion :

Q9 : Réponse E (aucune réponse exacte)

---

10. On est ici dans le cas $\alpha = \dfrac{1}{2\sqrt{2}}$, $\delta = \dfrac{1}{2}$, $\gamma = \dfrac{1}{2}$ *et* $\epsilon = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$, et la matrice de g_A est $\begin{pmatrix} -\dfrac{\sqrt{2}}{2} & \dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ \dfrac{\sqrt{2}}{2} & \dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$; c'est la matrice d'une isométrie négative, c'est-à-dire d'une réflexion. Cette réflexion a pour axe le sous-espace vectoriel des vecteurs invariants pas g_A, soit la droite d'équation $\dfrac{\sqrt{2}}{2}x + \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2} - 1\right) y = 0$. Ce n'est pas la droite de l'énoncé...

Q10 : Réponse A

PARTIE II

11. f est évidemment de classe $\mathscr{C}^\infty$ sur I, comme quotient de fonctions de classe $\mathscr{C}^\infty$ dont le dénominateur ne s'annule pas.

Pour tout $x \in \mathrm{I}$, on a $f'(x) = \dfrac{1 - \ln(1+x)}{(1+x)^2}$.

Q11 : Réponses A,C

---

12. L'étude des variations et des limites de f ne pose pas de problèmes : f est croissante sur $]-1, \mathrm{e}-1]$ puis décroissante sur $[\mathrm{e}-1, +\infty[$. Les limites données dans la réponse C sont cependant exactes.

Q12 : Réponse E (aucune réponse exacte)

---

13. A. réponse fausse : $f'(0) = 1$, la tangente a pour équation $y = x$.

B. La formule qui donne $f''(x)$ est exacte, la raison pour laquelle il y a un point d'inflexion au point d'abscisse $\mathrm{e}^{\frac{3}{2}} - 1$ est exacte ; seule « erreur » : les coordonnées de ce point d'inflexion sont $\left(\mathrm{e}^{\frac{3}{2}} - 1, \dfrac{3}{2}\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}}\right)$

C. D. Réponse C exacte, d'après le calcul des limites fait auparavant.

Q13 : Réponse C

---

14. $\mathscr{A}_\lambda = \displaystyle\int_0^\lambda f(x)\,\mathrm{d}x = \int_0^\lambda \frac{\ln(1+x)}{1+x}\,\mathrm{d}x = \left[\frac{1}{2}\left(\ln(1+x)\right)^2\right]_0^\lambda = \frac{1}{2}\left(\ln(1+\lambda)\right)^2$

Q14 : Réponses A,D

---

15. Pas de problème particulier pour cette question...

Q15 : Réponses A,C

---

16. Un calcul de dérivée sans intérêt : $y'(x) = \dfrac{\mathrm{C}'(x)}{1+x} - \dfrac{\mathrm{C}(x)}{(1+x)^2}$, puis en remplaçant dans l'équation différentielle, on obtient $(1+x)\mathrm{C}'(x) = 1$...

Q16 : Réponse E (aucune réponse exacte)

---

17. On poursuit la résolution : à partir de $C'(x) = \dfrac{1}{1+x}$:

Q17 : Réponse B

---

18. D'après les calculs précédents, la solution générale de l'équation différentielle est :

$$y(x) = \begin{cases} \dfrac{\ln|1+x|}{1} + x + \dfrac{k_1}{1+x} & \text{si } x < -1 \\ \dfrac{\ln|1+x|}{1} + x + \dfrac{k_2}{1+x} & \text{si } x > -1 \end{cases}$$

où k_1, k_2 sont deux constantes réelles, non nécessairement égales.
En conclusion :

Q18 : Réponse D

---

19. A. B. C'est directement une question de cours, avec une petite « erreur » à chaque réponse :

$$g(x) = \sum_{k=1}^{n} (-1)^{k-1} \frac{x^k}{k} + o(x^n) \quad \text{et} \quad h(x) = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k x^k + o(x^n)$$

C. D. Le terme en x^k du développement limité de $f(x) = g(x)h(x)$ sera la somme des produits du terme en x^p dans le DL de $g(x)$ par le terme en x^q dans le DL de $h(x)$, lorsque $p+q=k$, avec $p \geqslant 1$ et $q \geqslant 0$.
Il sera donc égal à : $\displaystyle\sum_{\substack{p+q=k \\ p\geqslant 1, q\geqslant 0}} (-1)^{p-1}(-1)^q \frac{x^p}{p} x^q$, c'est-à-dire, en remplaçant q par $p-k$, à $\displaystyle\sum_{p=1}^{k} (-1)^{k-1} \frac{x^k}{p}$ ou encore : $(-1)^{k-1} \left(\displaystyle\sum_{p=1}^{k} \frac{1}{p} \right) x^k$.

Q19 : Réponse C

PARTIE III

20. La formule des accroissements finis, appliqué à la fonction ln sur l'intervalle $[x, x+1]$ avec $x > 0$ donne (les hypothèses sont bien vérifiées !) :

$$\exists c_x \in]x, x+1[\quad \text{tel que} \quad \ln(x+1) - \ln x = \frac{1}{c_x}$$

d'où l'on tire l'encadrement $\dfrac{1}{x+1} < \ln(x+1) - \ln x < \dfrac{1}{x}$.
Cet encadrement, pour $x = p \in \mathbb{N}^*$ permet de conclure :

Q20 : Réponse B

---

21. A. L'inégalité $a_k \leqslant k$ est exacte : elle s'obtient en majorant tous les $\dfrac{1}{p}$ dans $a_k = \displaystyle\sum_{p=1}^{k} \frac{1}{p}$ par 1.

En sommant les inégalités $\dfrac{1}{p} \geqslant \ln(p+1) - \ln p$ pour p variant de 1 à k, la somme obtenue étant télescopique, on obtient $a_k \geqslant \ln(k+1) - \ln 1 = \ln(k+1)$.

B. L'inégalité proposée est déjà fausse pour $k = 1$, puisque $a_1 = 1$! De toutes façons, on vient de démontrer l'inégalité inverse...

C. D. L'inégalité obtenue ci-dessus permet de conclure : $\lim\limits_{k\to+\infty} a_k = +\infty$. Donc la suite (a_k) tend vers $+\infty$, elle diverge. L'énoncé de la réponse C ne me semble pas faux (il n'y a effectivement pas de limite dans $\mathbb{R}$), mais puisqu'il faut choisir... :

Q21 : Réponses A,D

---

22. On calcule :

$$(1+x)S_n^x=(1+x)\left(\sum_{k=1}^{n}(-1)^{k-1}a_kx^k\right)=\sum_{k=1}^{n}(-1)^{k-1}a_kx^k+\sum_{k=1}^{n}(-1)^{k-1}a_kx^{k+1}=\sum_{k=1}^{n}(-1)^{k-1}a_kx^k+\sum_{k=2}^{n+1}(-1)^{k}a_{k-1}x^k$$

$$(1+x)S_n^x=a_1x+\sum_{k=2}^{n}(-1)^{k-1}(a_k-a_{k-1})x^k+(-1)^{n+1}a_nx^{n+1}=x+\sum_{k=2}^{n}(-1)^{k-1}\frac{x^k}{k}+(-1)^{n+1}a_nx^{n+1}$$

compte tenu de $a_1=1$ et $a_k-a_{k-1}=\dfrac{1}{k}$ pour $k\geqslant 2$. Finalement :

$$(1+x)S_n^x=\sum_{k=1}^{n}(-1)^{k-1}\frac{x^k}{k}+(-1)^{n+1}a_nx^{n+1}=P_n(x)$$

Q22 : Réponse D

---

23. On calcule déjà I_1 :

$$I_1(x)=\int_0^x\frac{t}{1+t}\,dt=\int_0^x\left(1-\frac{1}{1+t}\right)dt=x-\ln(1+x)$$

Or $P_1(x)=x+a_1x^2$ donc $I_1(x)=P_1(x)-a_1x^2-\ln(1+x)$.
On peut donc déjà dire que les réponses A et D sont fausses.
En écrivant, pour $n\geqslant 1$, $t^n=t^n+t^{n-1}-t^{n-1}=t^{n-1}(1+t)-t^{n-1}$, on obtient

$$I_n(x)=I_{n-1}(x)+(-1)^{n-1}\int_0^x t^{n-1}\,dt=I_{n-1}(x)+(-1)^{n-1}\frac{x^n}{n}$$

Le début de la réponse A est donc exact, mais la fin est fausse, alors que le début de la réponse B est faux alors que la fin de la réponse B est exacte...

En additionnant les égalités $I_k(x)-I_{k-1}(x)=(-1)^{k-1}\dfrac{x^k}{k}$ pour k variant de 1 à n, on obtient

$$I_n(x)-I_0(x)=\sum_{k=1}^{n}(-1)^{k-1}\frac{x^k}{k}$$

ce qui, compte tenu de $I_0(x)=-\ln(1+x)$ et de l'expression de $P_n(x)$, donne la réponse C.

Q23 : Réponse C

---

24. Pour $x\in[0,1]$, on a $|I_n(x)|=\displaystyle\int_0^x\frac{t^n}{1+t}\,dt\leqslant\int_0^x t^n\,dt=\frac{x^{n+1}}{n+1}$ puisque $\dfrac{1}{1+t}\leqslant 1$ si $t\in[0,x]$.

Pour $x\in]-1,0]$, $|I_n(x)|=\displaystyle\int_x^0\frac{|t^n|}{1+t}\,dt\leqslant\frac{1}{1+x}\int_x^0\left|t^n\right|dt=\frac{|x|^{n+1}}{(n+1)(1+x)}$ puisque $\dfrac{1}{1+t}\leqslant\dfrac{1}{1+x}$ si $t\in[x,0]$.

Conclusion :

Q24 : Réponse D

---

25. A. B. On a vu à la question 21 que $a_n\leqslant n$ donc $|a_nx^n|\leqslant n|x|^{n+1}$ tend vers zéro quand $n\to+\infty$, pour $|x|<1$, pour la raison (exacte) énoncée dans la réponse A.

C. D. Les inégalités de la question 24 permettent aussi de prouver que $\lim\limits_{n\to+\infty}I_n(x)=0$, donc la relation $I_n(x)=P_n(x)+(-1)^na_nx^{n+1}-\ln(1+x)$ trouvée à la question 23 montre que $\lim\limits_{n\to+\infty}P_n(x)=\ln(1+x)$, et la relation de la question 22 permet de conclure $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n^x=\dfrac{\ln(1+x)}{1+x}$.

Q25 : Réponses A,C

PARTIE IV

26. Il s'agit d'une question de cours (relations coefficients-racines).

Q26 : Réponse B

---

27. • De $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac$ on tire $2\sigma_2 = \alpha_1^2 - \alpha_2$.

• Puis $\alpha_3 = a^3+b^3+c^3 = \sigma_1(a^2+b^2+c^2) - \sigma_2(a+b+c) + 3\sigma_3$, en utilisant le fait que a, b, c sont racines de l'équation $x^3 = \sigma_1 x^2 - \sigma_2 x + \sigma_3$, soit : $\alpha_3 = \sigma_1\alpha_2 - \sigma_2\alpha_1 + 3\sigma_3$.
Finalement, le début de la réponse A et la fin de la réponse B sont exactes...

Q27 : Réponse E (aucune réponse exacte)

---

28. Les α_i étant réels par hypothèse, les relations ci-dessus montrent que σ_2 et σ_3 sont réels ($\sigma_1 = \alpha_1$ l'étant).
Le polynôme P de l'énoncé est donc à coefficients réels ; étant de degré impair, il admet au moins une racine réelle (résultat classique : considérer les limites en $\pm\infty$ et appliquer le théorème des valeurs intermédiaires.)

Q28 : Réponses B,C

---

29. D'après ce qui précède, l'une des racines de P, par exemple a est réelle. S'il existait une racine complexe non réelle, par exemple b, $\overline{b}$ serait aussi racine de P (car P est à coefficients réels), ce qui contredit l'hypothèse que les trois nombres a, b, c sont de modules distincts.

Q29 : Réponse A

Rem : les quatre questions 26 à 29 forment la solution d'un exercice posé au petit oral de l'X en 1991, option P'...

---

30. C'est encore une question de cours. Les fonctions Arcsin et Arccos sont continues sur $[-1,1]$ et de classe $\mathscr{C}^\infty$ sur $]-1,1[$, et :

$$\forall x \in]-1,1[\,,\ (\mathrm{Arcsin})'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad \text{et} \quad (\mathrm{Arccos})'(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

Donc :

Q30 : Réponse D

---

31. D'après ce qui précède, f est constante sur $[-1,1]$. Elle est égale à sa valeur en 0 (par exemple), soit $\dfrac{\pi}{2}$.

Q31 : Réponse E (aucune réponse exacte)

---

32. Les fonctions $t \mapsto \mathrm{Arcsin}\sqrt{t}$ et $t \mapsto \mathrm{Arccos}\sqrt{t}$ sont continues sur $[0,1]$ comme composée de fonctions continues, donc g_1 et g_2, qui en sont des primitives, sonr de classe $\mathscr{C}^1$ sur $[0,1]$.

On a alors, pour tout $x \in [0,1]$: $g_1'(x) = \mathrm{Arcsin}\sqrt{x}$ et $g_2'(x) = \mathrm{Arccos}\sqrt{x}$, donc g_1' et g_2' ne sont pas dérivables en 0 ni en 1. Par contre, elles sont bien de classe $\mathscr{C}^\infty$ sur l'intervalle ouvert $]0,1[$, comme composée de telles fonctions.

Q32 : Réponses A,C

---

33. A. B. D. D'après ce qui précède, on peut juste affirmer, a priori, que h est de classe $\mathscr{C}^1$ sur $\mathbb{R}$, comme composée de telles fonctions. C'est la réponse B.

C. Les résultats de la question précédente montrent que h est de classe $\mathscr{C}^\infty$ sur $\mathbb{R}$ privé des points où le sin et le cos valent 0, 1 ou -1, donc sur $\mathbb{R}\setminus\dfrac{\pi}{2}\mathbb{Z}$.
On serait donc tenté de répondre Faux à la question C, puisque l'énoncé n'exclut que les multiples de π. MAIS on verra à la question 36 que h est en fait constante sur $\mathbb{R}$ donc est en fait de classe $\mathscr{C}^\infty$ sur $\mathbb{R}$, et la réponse C devient exacte. D'ailleurs, la réponse A serait alors aussi exacte, même si la justification donnée est insuffisante... Cruel dilemne !! D'autant plus qu'à ce moment, le candidat n'est pas censé avoir déjà fait la question 36...

Q33 : Réponse B , C(?)

---

34. h est évidemment paire et π-périodique. Donc :

Q34 : Réponse E (aucune réponse exacte)

---

35. A. B. Calcul facile ; on obtient la formule de la réponse A.

C. D Pour $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$, on aura effectivement $\sqrt{\sin^2 x}=\sin x$ et $\sqrt{\cos^2 x}=\cos x$ puis $\operatorname{Arc}\sin(\sin x)=x$ et $\operatorname{Arc}\cos(\cos x)=x$, d'où $h'(x)=0$.
Cependant, lorsque x n'appartient pas à $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$, les justifications données dans la réponse C sont inexactes.

Q35 : Réponse A

---

36. D'après le calcul précédent, $h'(x)=0$ si $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$, donc h est constante sur $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$, puis sur $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ par parité, puis sur $\mathbb{R}$ par π-périodicité.

La valeur de cette constante peut être obtenue en calculant $h\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\displaystyle\int_0^{\frac{1}{2}}(\operatorname{Arc}\sin\sqrt{t}+\operatorname{Arc}\cos\sqrt{t})\,\mathrm{d}t=\int_0^{\frac{1}{2}}\dfrac{\pi}{2}\,\mathrm{d}t=\dfrac{\pi}{4}$.

Q36 : Réponses A,D

⋆ ⋆ ⋆ ⋆
⋆ ⋆ ⋆
⋆ ⋆
⋆